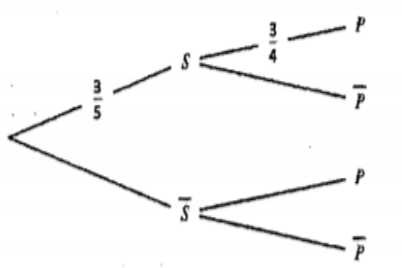
EXERCICE N°3 : | 20' | 5 points

Un magasin possède deux types de calculatrices (Sharp et Casio); par ailleurs, on distingue les Calculatrices programmables et les autres.
La marque de la calculatrice n'apparaît pas sur l'emballage. On choisit une calculatrice au hasard.

1°) On note : P l'événement : « La calculatrice choisie est programmable » et $\overline{P}$ l'événement contraire.
S l'événement : « La calculatrice choisie est de marque Sharp » et $\overline{S}$ l'événement contraire

On modélise cette situation aléatoire par l'arbre pondéré incomplet ci-contre dans lequel figurent quelques probabilités.



On donne de plus $p(P)=0{,}55$.

a) Compéter l'arbre pondéré. On en expliquera les calculs.
b) Sachant que La calculatrice est programmable, quelle est la probabilité qu'elle ait été de marque Sharp.

2°) On considère un lot de 10 calculatrices de même type fonctionnant de manière Indépendante et on désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de Calculatrices programmables.
a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
b) Déterminer la probabilité que,dans ce lot,il y ait au plus 9 calculatrices programmables

3°) La durée de vie d'une calculatrice, exprimée en années suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda=0.125$
a) Calculer la probabilité qu'une calculatrice ait une durée de vie supérieure à 8.
b) Calculer la probabilité qu'une calculatrice ait une durée de vie inférieure à 36 mois.
c) Une calculatrice à déjà fonctionnée 4 ans, quelle est la probabilité quelle tombe en panne avant 10 ans.

EXERCICE N°4 : | 25' | 4 points

On considère les suites (a_n) et (b_n) définies par : $a_0=3$, $b_0=1$ et pour tout entier naturel n on a :

$a_{n+1}=\dfrac{2a_n+b_n+3}{3}$ et $b_{n+1}=\dfrac{a_n+2b_n+3}{3}$. On pose $u_n=a_n-b_n$

1°) a) Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n=2\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$.

b) En déduire la limite de (u_n)

2°) On pose , pour $n\in IN^*$, $v_n=\dfrac{a_n+b_n}{n}$

a) Montrer que pour tout $n\geq 1$ on a : $v_n\geq 2$.

b) Montrer que pour tout $n\geq 1$ on a : $v_{n+1}=v_n+\dfrac{2-v_n}{n+1}$.

c) En déduire que (v_n) converge vers un réel $\mathscr{L}>0$.

3°) Exprimer alors a_n et b_n en fonction de u_n , v_n et n puis déterminer les limites des suites (a_n) et (b_n).

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn